SESIÓN 10

PARTICULARIDADES DE LAS RECTAS

I. CONTENIDOS:

1. Distancia de un punto a una recta.
2. Distancia entre dos rectas paralelas
3. Forma normal de la ecuación de la recta.

II. OBJETIVOS:

Al término de la Sesión, el alumno:

- Analizará el concepto de familia de rectas.
- Distinguirá las familias de rectas paralelas y perpendiculares.
- Comprenderá la ecuación de la forma normal.

III. PROBLEMATIZACIÓN:

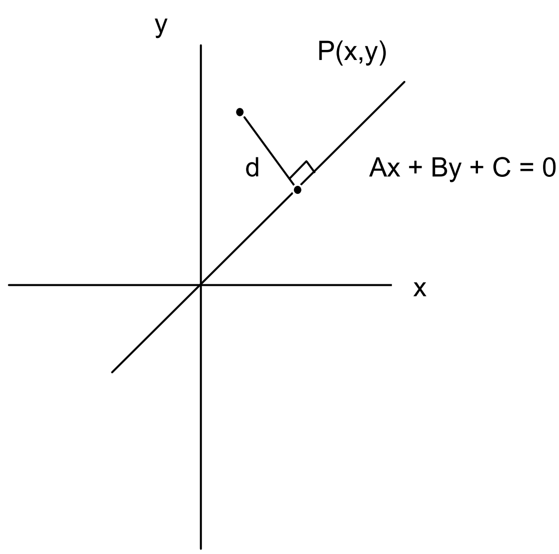
Comenta las preguntas con tu Asesor y selecciona las ideas más significativas.

- En la clase de ayer hablamos de las rectas, ¿puedes decirnos qué son?
- ¿Cómo crees que se puede calcular la distancia entre dos rectas que no se cruzan?
- ¿En qué situaciones de la vida se puede aplicar el cálculo de la distancia entre rectas y puntos?

IV. TEXTO INFORMATIVO-FORMATIVO:

1.1. Distancia de un punto a una recta

Si se tiene un punto P (x, y) y una recta Ax+By+C= 0 la distancia que hay entre el punto y la recta se determina.



$$d = \frac{|Ax_1+By_1+C|}{\sqrt{A^2+B^2}}$$

Ejemplo:
Determinar la distancia del punto (8,-1) a la recta 3x – 5y + 12 =0

$$d = \frac{|\,3(8) - 5(-1) + 12\,|}{\sqrt{(3)^2 + (-5)^2}}$$

$$d = \frac{|24+5+12|}{\sqrt{9+25}}$$

$$d = \frac{|\,41\,|}{\sqrt{34}}$$

$$d = \frac{41}{\sqrt{34}}$$

2.1. Distancia entre dos rectas paralelas

Si se tienen dos rectas paralelas $Ax + By + C = 0$ y $Ax + By + C_1 = 0$
La distancia entre ellas es:

$$d = \frac{|C_1 - C|}{\sqrt{A^2+B^2}}$$

Sería necesario en algunos casos modificar una de las ecuaciones cuando A y B no sean iguales.
Si se tiene 2x + 6y-15 = 0 y 6x + 18y + 7 = 0 se siguen estos pasos:

- Verificar que las pendientes de ambas sea igual $\left(m = \frac{-A}{B}\right)$

$$M_1 = \frac{-2}{6} \qquad m_2 = \frac{-6}{18}$$

$$M_1 = \frac{-1}{3} \qquad m_2 = \frac{-1}{3}$$

- Modificar una de las ecuaciones (si es necesario) para tener los mismos valores de A y B. En este caso se tiene:

$$2x + 6y - 15 = 0 \quad y \quad 6x + 18y + 7 = 0$$

Por lo que se puede dividir entre 3 la segunda

$$(6x + 18y + 7 = 0) \div 3$$

$$2x + 6y + \frac{7}{3} = 0$$

Quedando:

$2x + 6y - 15 = 0$ A = 2, B = 6, C = -15

$2x + 6y + \frac{7}{3} = 0$ A = 2, B = 6, C1 = $\frac{7}{3}$

Determinar la distancia entre las rectas.

d = $\frac{|C_1 - C|}{\sqrt{A^2+B^2}}$

d = $\frac{\left|\frac{7}{3}-(-15)\right|}{\sqrt{(2)^2+(6)^2}}$

d = $\frac{\left|\frac{7}{3}-(-15)\right|}{\sqrt{4+36}}$

d= $\frac{\left|\frac{52}{3}\right|}{\sqrt{40}}$

3.1. Forma normal de la ecuación de la recta

Otra forma de expresar la ecuación de una recta es la forma normal.

X cos w + Y Sen w – P = 0

Donde W es el ángulo positivo del eje x a la normal a la recta y, P es la distancia del origen a la recta A. Los valores de Sen w, Cos w y P se determinan de la siguiente manera.

Sen w = $\frac{B}{\pm\sqrt{A^2+B^2}} \pm \sqrt{A^2+B^2}$

Cos w = $\frac{A}{\pm\sqrt{A^2+B^2}} \pm \sqrt{A^2+B^2}$ Si C es positivo se toma el signo menos del radical y viceversa.

P = $\frac{|C|}{\pm\sqrt{A^2+B^2}} \pm \sqrt{A^2+B^2}$

Ejemplo:
Determinar la forma normal de la ecuación 4x + 7y + 8 = 0

Cos w = $\frac{A}{-\sqrt{A^2+B^2}}$ Sen w = $\frac{B}{-\sqrt{A^2+B^2}}$ P = $\frac{|C|}{-\sqrt{A^2+B^2}}$

Cos w = $\frac{4}{-\sqrt{(4)^2+(7)^2}}$ Sen w = $\frac{7}{-\sqrt{(4)^2+(7)^2}}$ P = $\frac{|8|}{-\sqrt{(4)^2+(7)^2}}$

Cos w = $\frac{4}{-\sqrt{16+49}}$ Sen w = $\frac{7}{-\sqrt{16+49}}$ P = $\frac{8}{-\sqrt{16+49}}$

Cos w = $\frac{4}{-\sqrt{65}}$ Sen w = $\frac{7}{-\sqrt{65}}$ P = $\frac{8}{-\sqrt{65}}$

De tal manera que la forma normal queda.

$$-\frac{4}{\sqrt{65}}x + \frac{7}{-\sqrt{65}}y + \frac{78}{-\sqrt{65}} = 0$$

$$-\frac{4}{\sqrt{65}}x - \frac{7}{\sqrt{65}}y - \frac{8}{\sqrt{65}} = 0$$

V. ESTRATEGIAS CENTRADAS EN EL APRENDIZAJE:

A. Resuelve los siguientes ejercicios.

1. Determina la distancia de la recta 4x-5y+10=0 al punto (2, -3)

2. Calcula la distancia entre las paralelas x + 2y -10 = 0 y x + 2y + 6 = 0

3. Los vértices de un triángulo son A(-4,1), B(-3,3) y (3,-3). Calcula la longitud de la altura del vértice A sobre el lado BC y el área del triángulo.

B. Resuelve el Problema Reto.

Determinar la ecuación de la recta cuya distancia al origen es de 5 y que pasa por el punto (1,7).